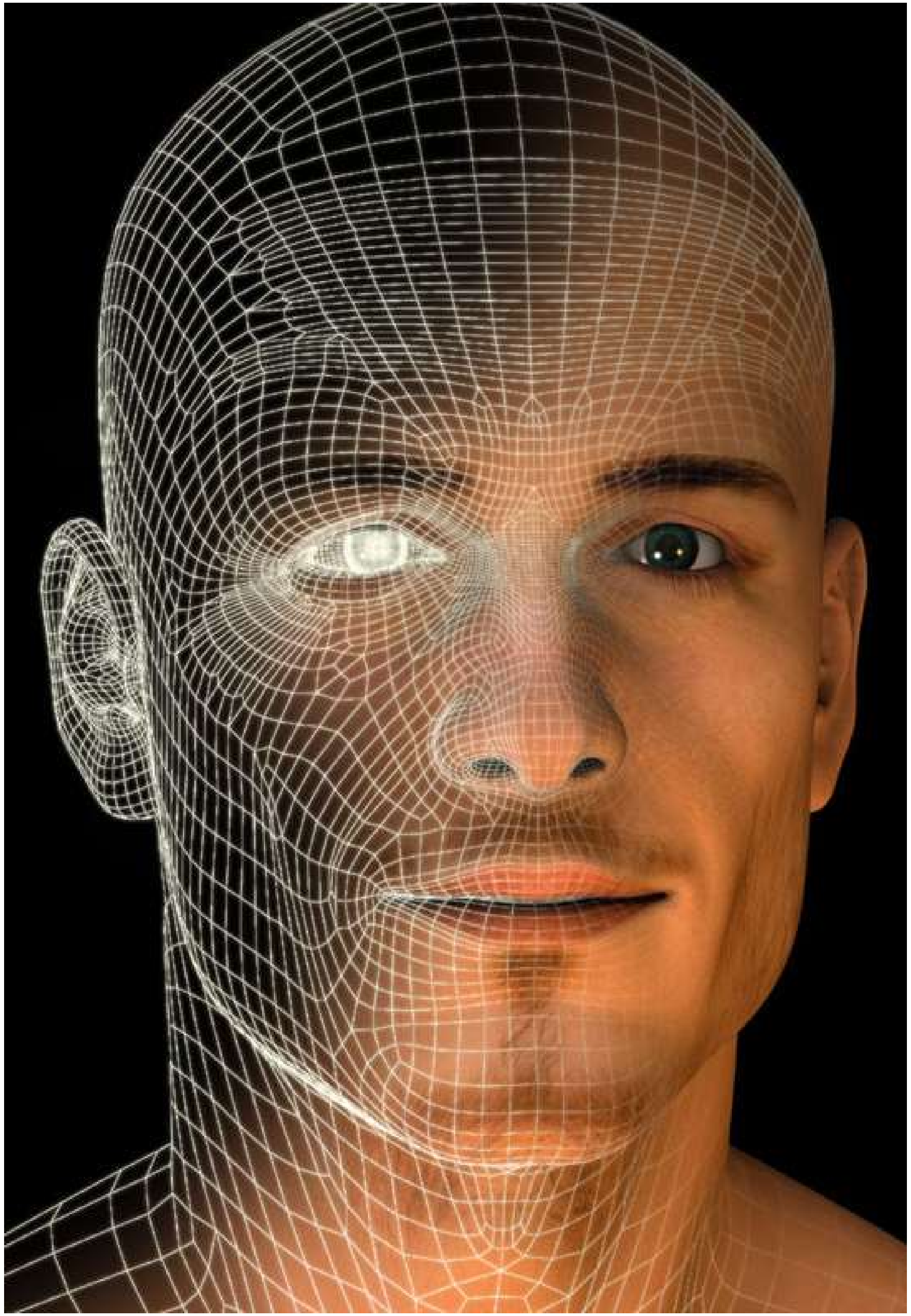


Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής

ΤΕΙ Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης

Γραφικά Υπολογιστών

ΣΤ’ Εξάμηνο

Δρ Κωνσταντίνος Δεμερτζής

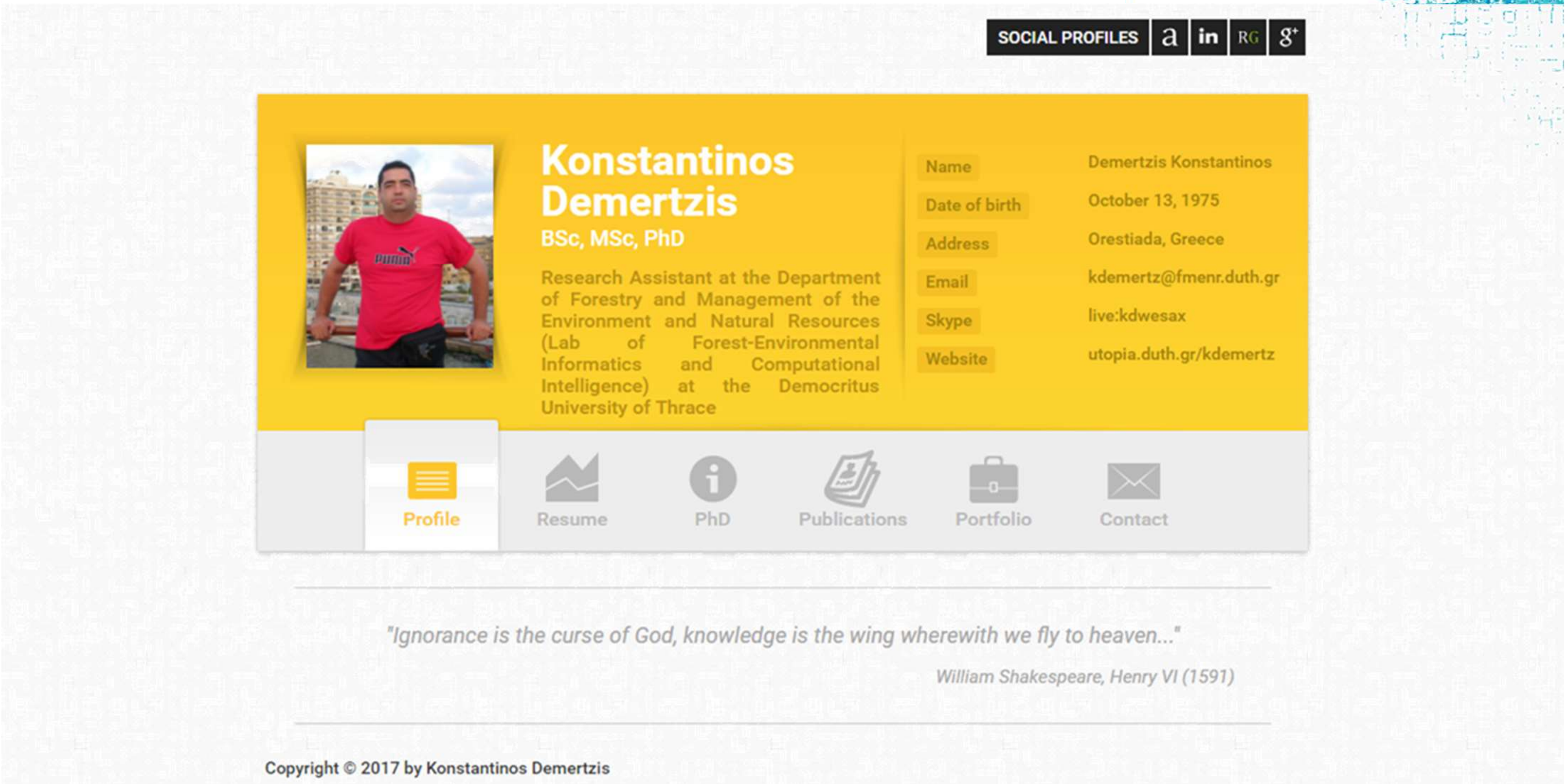
ΤΕΙ Ανατολικής Μακεδονίας και Θράκης
Τμήμα Μηχανικών Πληροφορικής

Γραφικά Υπολογιστών

4η Ενότητα

Παραμετρική Αναπαράσταση Γεωμετρικών Σχημάτων και Σχεδίαση ευθείας

Γραφικά Υπολογιστών



Γραφικά Υπολογιστών

kdemertz@fmenr.duth.gr

Αξιολόγηση Μαθήματος

<table>
<tr><th colspan="7">Τρόποι αξιολόγησης</th></tr>
<tr><td>Γραπτή Εξέταση 70%</td><td colspan="6">Τελική γραπτή εξέταση στην ύλη του μαθήματος</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Εργασία 30%</td><td colspan="3">Προγραμματισμός</td><td colspan="3">Σχεδίαση Μοντέλου</td></tr>
<tr><td>OpenGL</td><td>WebGL</td><td>Three.js</td><td rowspan="2">3ds Max</td><td rowspan="2">Maya</td><td rowspan="2">???</td></tr>
<tr><td>HTML5</td><td>CSS3</td><td>Phaser</td></tr>
</table>

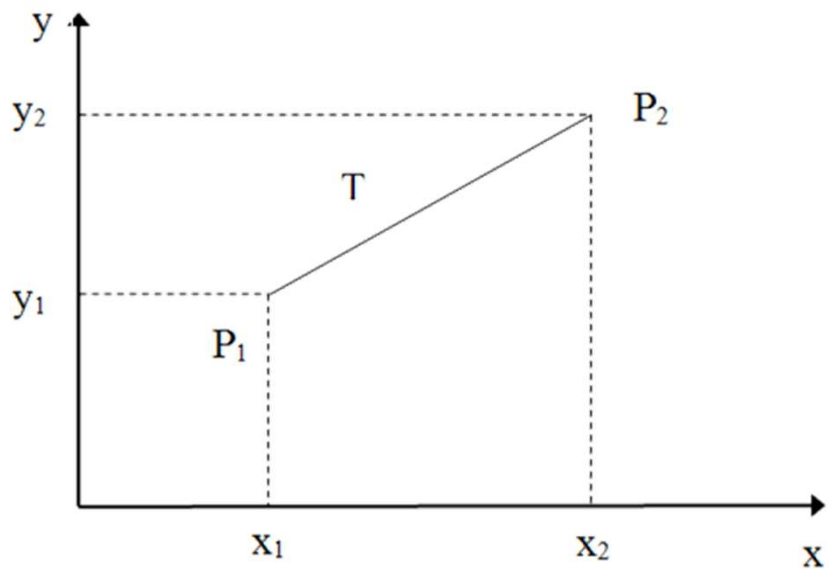
Παραμετρική Αναπαράσταση Ευθείας

- ✓ *Αν για μια συνάρτηση δύο μεταβλητών **f(x,y)** θεωρηθεί ότι ισχύει η ισότητα με το μηδέν, τότε μπορεί για ένα δεδομένο* $\boldsymbol{\chi_0}$ *να υπολογιστεί μέσα από τη σχέση **f(x,y)=0**, μία τιμή για το* y_0.
- ✓ *Με την επανάληψη αυτής της διαδικασίας για τα σημεία ενός συνόλου τιμών Α, ορίζεται μια συνάρτηση **f(x,y)=0** που ονομάζεται **Πεπλεγμένη Συνάρτηση**.*
- ✓ *Ωστόσο, ο προαναφερόμενος δεν είναι ο μόνος τρόπος να οριστεί ένα σχήμα. Αν τα **x** και **y** μπορούν να εκφραστούν με συναρτήσεις μιας ανεξάρτητης μεταβλητής **t**, δηλαδή **x=f(t)** και **y=g(t)**, τότε το παραπάνω ζεύγος εξισώσεων ονομάζεται **παραμετρική εξίσωση της καμπύλης C**.*
- ✓ *Γενικά, ο παραμετρικός ορισμός καμπυλών παρουσιάζει ορισμένα πλεονεκτήματα, όπως **η δυνατότητα περιγραφής κλειστών καμπυλών, η δυνατότητα επέκτασης σε περισσότερες διαστάσεις** (π.χ. από τις δισδιάστατες καμπύλες στις τρισδιάστατες), **ευκολότερη χρήση συσχετισμένων μετασχηματισμών** (λόγω ανεξαρτησίας των συντεταγμένων) και **ανεξαρτησία από το ίδιο το σύστημα συντεταγμένων**.*

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Ευθείας

- ✓ *Στην απλή περίπτωση της ευθείας, αυτή μπορεί να οριστεί είτε από δύο σημεία **P_1** και **P_2**, είτε από ένα σημείο **P** και ένα διάνυσμα, ή συντελεστή διεύθυνσης, ενώ μπορεί ακόμη να οριστεί με βάση μια άλλη ευθεία.*
- ✓ *Κάθε ευθεία χωρίζει τα σημεία του χώρου σε δύο σύνολα: **τα σημεία που ανήκουν στην ευθεία και αυτά που δεν ανήκουν σε αυτή**.*
- ✓ *Στο πρόβλημα της σχεδίασης υπάρχει πάντοτε ένα **αρχικό** και ένα **τελικό** σημείο, ακόμη κι αν αυτά είναι τα όρια της οθόνης.*



Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Ευθείας

- ✓ *Μια ευθεία ορίζεται ως:*

$$ax+by=c$$ *όπου |a|+|b|≠0.*

- ✓ *Στην περίπτωση του ευθύγραμμου τμήματος έχουμε ένα σημείο αρχής, έστω το* $\boldsymbol{P_1}$ *με συντεταγμένες* (x_1, y_1) *και ένα σημείο τερματισμού, έστω το* $\boldsymbol{P_2}$ *με συντεταγμένες* (x_2, y_2)*. Με δεδομένα αυτά τα δύο σημεία ορίζεται η παραμετρική εξίσωση:*

$$T(t)= P_1+t(P_2- P_1),\ t\in[0, 1]$$

- ✓ *Έτσι, για κάθε τιμή του* ***t*** *προκύπτει ένα ζεύγος τιμών (x, y) που επιτρέπει τη δημιουργία σημείων πάνω στην καμπύλη, δυνατότητα που δεν προσφέρεται από την Πεπλεγμένη μορφή.*
- ✓ *Επίσης, επειδή συνήθως έχουμε να κάνουμε με ευθύγραμμα τμήματα που είναι τμήματα κάποιας ευθείας, είναι πιο βολική η παραμετρική μορφή για τις δύο μεταβλητές* ***X*** *και* ***Y*** *που εκφράζονται έτσι ανεξάρτητα η μία από την άλλη.*

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Ευθείας

- ✓ *Το ευθύγραμμο τμήμα **T** διαγράφεται καθώς το **t** λαμβάνει τις τιμές από το **0** έως το **1**.*
- ✓ *Αν οι τιμές του **t** επεκταθούν εκτός των ορίων ($t \in R$), τότε ορίζεται η ευθεία που διέρχεται από τα σημεία $\boldsymbol{P_1}$ και $\boldsymbol{P_2}$.*
- ✓ *Οι συντεταγμένες του ευθύγραμμου τμήματος δίνονται ως:*

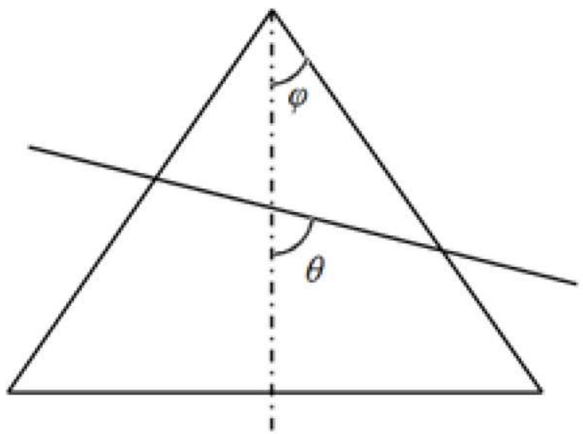
$$\begin{cases} X(t) = x_1 + t(x_2 - x_1) \\ y(t) = y_1 + t(y_2 - y_1) \end{cases}$$

- ✓ *Για τις ακραίες τιμές (t=0 και t=1), η παραμετρική εξίσωση επιστρέφει τα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος $P_1(x_1,y_1)$ και $P_2(x_2,y_2)$, ενώ για t=1/2 επιστρέφεται το μέσον του ευθύγραμμου τμήματος.*

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Κωνικών Τομών

- ✓ *Κωνικές τομές ονομάζονται οι καμπύλες που προκύπτουν από την τομή ενός κώνου με ένα επίπεδο.*
- ✓ *Το σύνολο των καμπυλών έως δευτέρου βαθμού είναι κωνικές τομές.*
- ✓ *Λαμβάνονται υπόψη δύο γωνίες που χαρακτηρίζουν τη σχετική τοποθέτηση του επιπέδου με τον κώνο: η **φ** γωνία που είναι το ‘άνοιγμα’ του κώνου και η **ϑ** που είναι η γωνία που σχηματίζεται ανάμεσα στο επίπεδο και τον άξονα του κώνου.*



Γωνίες που προσδιορίζουν τη σχετική θέση του επιπέδου με τον κώνο

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Κωνικών Τομών

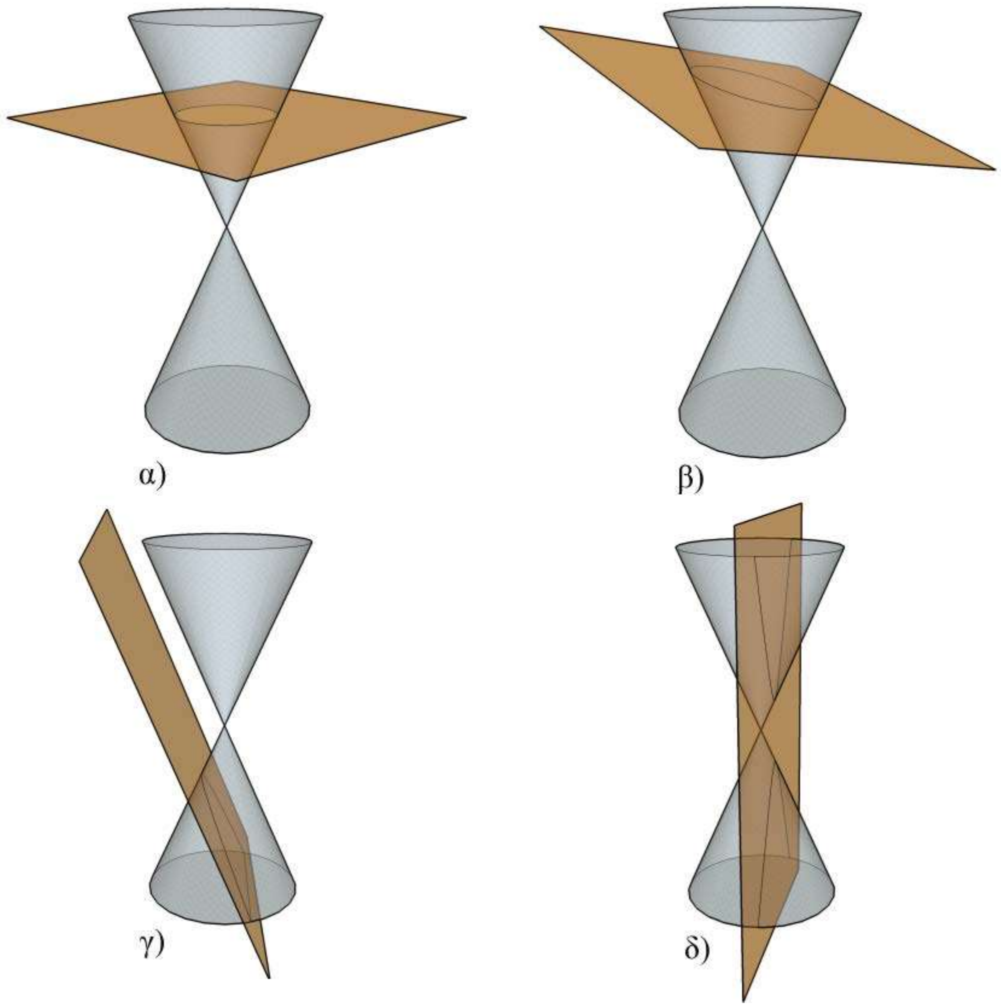
- ✓ *Στη γενική της μορφή μια κωνική τομή περιγράφεται από την εξίσωση:*

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$$

- ✓ *Με διάφορες τοποθετήσεις του επιπέδου σε σχέση με τον κώνο προκύπτουν οι εξής περιπτώσεις:*
  - ✓ ***Κύκλος**. Αν το επίπεδο είναι κάθετο στο άξονα του κώνου, τότε από την τομή προκύπτει ο κύκλος.*
  - ✓ ***Έλλειψη**. Όταν ισχύει $\varphi<\vartheta$, τότε η ημι-γωνία της κορυφής του κώνου είναι μικρότερη από την κλίση του επιπέδου με αποτέλεσμα από την τομή να προκύπτει το σχήμα της έλλειψης. Το σχήμα της έλλειψης προκύπτει όταν στην $ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0$ ισχύει η ανισότητα $4ac-b^2>0$.*
  - ✓ ***Παραβολή**. Όταν ισχύει η ισότητα $\varphi=\vartheta$, τότε από την ισότητα των γωνιών μεταξύ του επιπέδου και του κώνου παράγεται μια παραβολή. Από τη γενική μορφή της κωνικής τομής ισχύει $4ac=b^2$ και ένας τουλάχιστον εκ των παραγόντων a και c πρέπει να είναι μη μηδενικός.*
  - ✓ ***Υπερβολή**. Προκύπτει, όταν ισχύει η αντίθετη ανισότητα που δημιουργεί την έλλειψη, δηλαδή όταν $\varphi>\vartheta$.*

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Κωνικών Τομών



Κωνικές τομές: α) Κύκλος, β) Έλλειψη, γ) Παραβολή και δ) Υπερβολή

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Κύκλου

- ✓ *Κύκλος είναι ο γεωμετρικός τόπος των σημείων του επιπέδου που ισαπέχουν από το κέντρο του κύκλου κατά απόσταση r.*
- ✓ *Αν C(x_c,y_c) είναι το κέντρο του κύκλου, τότε η σχέση που συνδέει τις συντεταγμένες των σημείων του κύκλου περιγράφεται από την εξίσωση:*

$$(x-x_c)^2+(y-y_c)^2=r^2$$

όπου r είναι η ακτίνα του κύκλου.

- ✓ *Η παραμετρική εξίσωση κύκλου με κέντρο το σημείο (0,0) του συστήματος συντεταγμένων δίνεται από το ζεύγος παραμετρικών εξισώσεων:*

$$\begin{cases} x(t) = r\cos(2\pi t) \\ y(t) = r\sin(2\pi t) \end{cases}$$

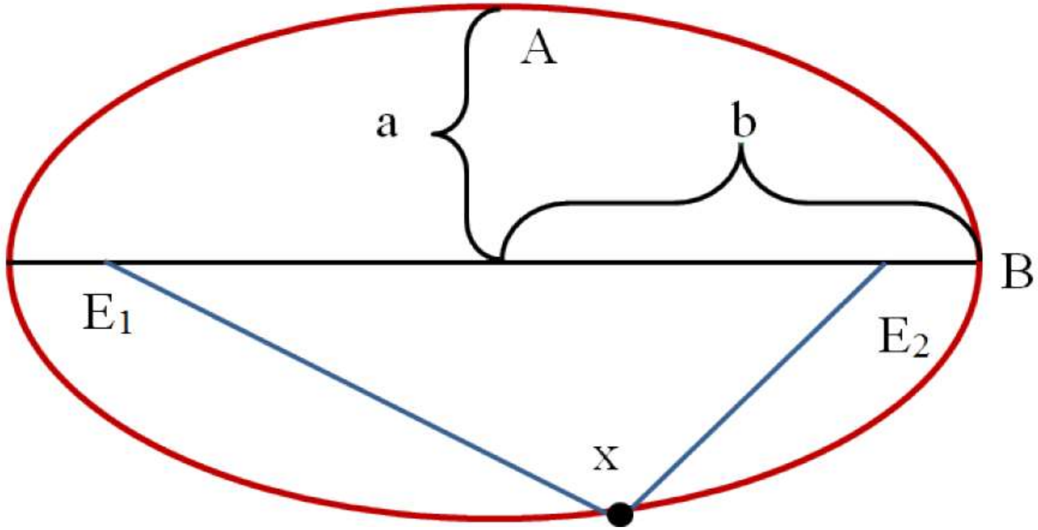
όπου r είναι η ακτίνα του κύκλου και t €[0, 1].

- ✓ *Ο κύκλος ομοίως διαγράφεται καθώς το t λαμβάνει τις τιμές από το 0 έως το 1, με τη διαφορά ότι για επέκταση των ορίων του t προκύπτει επανασχεδιασμός του κύκλου.*

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Εξίσωση Έλλειψης

- ✓ *Έλλειψη είναι η κωνική τομή που δημιουργείται όταν ένα επίπεδο τέμνει πλάγια έναν κώνο (υπό γωνία με τον άξονά του).*
- ✓ *Ο κύκλος μπορεί να θεωρηθεί ειδική περίπτωση της έλλειψης όπου το επίπεδο τέμνει τον κώνο κάθετα στον άξονα του κώνου.*
- ✓ *Με δεδομένα δύο σταθερά σημεία στο επίπεδο, έστω τα E_1 και E_2 (εστίες) που έχουν απόσταση **c** μεταξύ τους (εστιακή απόσταση), η έλλειψη ορίζεται ως ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που δίνουν σταθερό άθροισμα αποστάσεων από τα σημεία αυτά και ισχύει ότι a>c.*



Γραφική αναπαράσταση έλλειψης όπου E_1, E_2: εστίες, a: μικρός άξονας, b: μεγάλος άξονας και χ: οποιοδήποτε σημείο που έχει σταθερό άθροισμα αποστάσεων από τις εστίες.

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Εξίσωση Έλλειψης

- ✓ *Αν το κέντρο είναι η αρχή των αξόνων O(0,0), τότε η εξίσωση:*

$$x^2/a^2+y^2/b^2 = 1$$

ορίζει πεπλεγμένα την έλλειψη όπου 2α είναι ο μεγάλος άξονας συμμετρίας και 2b ο μικρός άξονας συμμετρίας και ισχύει $b^2=a^2-c^2$.

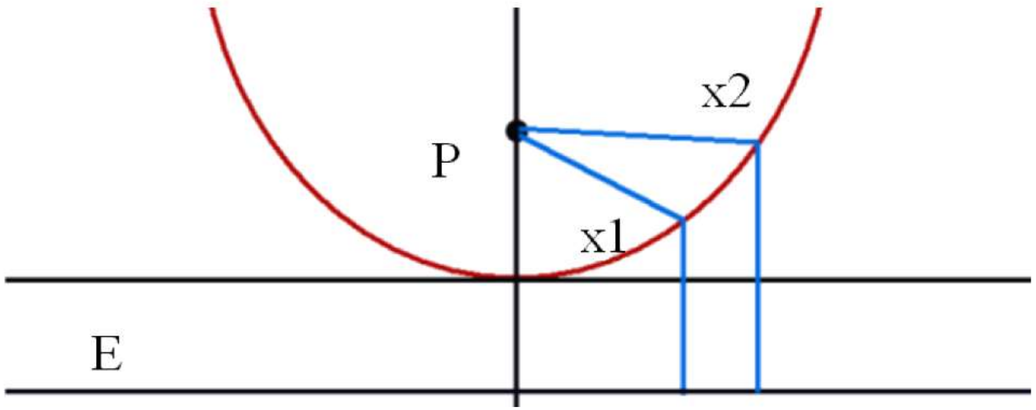
- ✓ *Η παραμετρική περιγραφή της έλλειψης δίνεται από το ζεύγος εξισώσεων:*

$$\begin{cases} x(t) = a\cos(2\pi t) \\ y(t) = b\sin(2\pi t) \end{cases}, t \in [0, 1]$$

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Εξίσωση Παραβολής

- ✓ *Παραβολή λέγεται ο γεωμετρικός τόπος των σημείων που ισαπέχουν από μια ευθεία Ε και από ένα σημείο P που βρίσκεται εκτός της ευθείας.*
- ✓ *Η ευθεία Ε που ονομάζεται Διευθέτουσα, όπως και το σημείο P που ονομάζεται Εστία της παραβολής, είναι και τα δύο σταθερά και δε μεταβάλλονται.*
- ✓ *Η παραβολή είναι ανοιχτή καμπύλη και εκτείνεται απεριόριστα στο δισδιάστατο επίπεδο.*



Γραφική αναπαράσταση Παραβολής όπου Ε: μια σταθερή ευθεία, P: ένα σταθερό σημείο και χ1, χ2 : σημεία που ισαπέχουν από την ευθεία Ε και το σημείο P.

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Εξίσωση Παραβολής

- ✓ *Η εξίσωση που την ορίζει είναι η δευτεροβάθμια συνάρτηση:*

$$y = f(x) = ax^2 + bx + c$$

- ✓ *Αν η αρχή των αξόνων (0,0) είναι η κορυφή της παραβολής και ο άξονας των τετμημένων είναι ο άξονας συμμετρίας της, τότε η παραβολή περιγράφεται από την εξίσωση:*

$$y^2 = 4ax \text{ ή } x^2 = 4ay$$

όπου 2α είναι η παράμετρος της παραβολής, η απόλυτη τιμή της οποίας είναι η απόσταση της Εστίας από τη Διευθέτουσα.

- ✓ *Τέλος, η παραμετρική εξίσωση της παραβολής δίνεται από το ζεύγος εξισώσεων:*

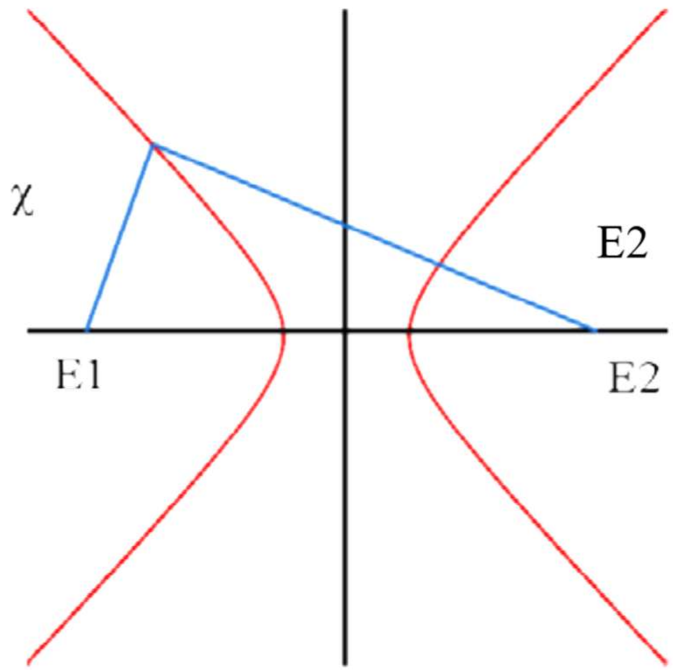
$$\begin{cases} x = at^2 \\ y = 2at \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2at \\ y = at^2 \end{cases}$$

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Εξίσωση Υπερβολής

- ✓ *Υπερβολή είναι η κωνική τομή που ορίζεται από δύο σταθερά σημεία E_1 και E_2 που ονομάζονται εστίες και περιλαμβάνει τα σημεία των οποίων η απόλυτη διαφορά της απόστασής τους από τις εστίες είναι σταθερή και μικρότερη του E_1-E_2.*



Γραφική αναπαράσταση Υπερβολής, όπου Ε1, Ε2: δύο σταθερά σημεία (εστίες), χ: σημεία των οποίων η απόλυτη διαφορά της απόστασης από τις εστίες είναι σταθερή και μικρότερη του Ε1-Ε2.

Παραμετρική Εξίσωση Υπερβολής

- *Για την υπερβολή ισχύει:*

$$x^2/a^2 - y^2/b^2 = 1$$

  όπου 2α είναι η απόσταση μεταξύ των κορυφών και 2c η εστιακή απόσταση.
- *Ο λόγος ε=c/a ονομάζεται εκκεντρότητα της υπερβολής.*
- *Μια ισοσκελής υπερβολή xy=c2 με κορυφές τα σημεία A(c,c) και B(-c,-c) δίνεται από τις παραμετρικές εξισώσεις:*

$$\begin{cases} x = ct \\ y = c/t \end{cases}$$

ή

$$\begin{cases} x = ct \\ y = -c/t \end{cases} \quad \text{όπου } t \in R-\{0\}$$

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Καμπυλών Μπεζιέ

- ✓ *Οι καμπύλες Μπεζιέ (Bézier) είναι παραμετρικές καμπύλες, πολύ γνωστές στο χώρο των διανυσματικών γραφικών και αποτελούν ένα χρήσιμο εργαλείο για την περιγραφή καμπυλών ελεύθερης μορφής.*
- ✓ *Πριν οριστεί παραμετρικά η καμπύλη Μπεζιέ, είναι σκόπιμο να γίνει μια μικρή εισαγωγή στην έννοια της Γραμμικής Παρεμβολής.*
- ✓ *Όπως είχε αναφερθεί, η παραμετρική μορφή της εξίσωσης ευθυγράμμου τμήματος είναι:*

$$T(t)=P_1+t(P_2-P_1).\ t\in[0,1]$$

- ✓ *Η Γραμμική Παρεμβολή είναι η ένωση δύο γνωστών σημείων $P_1(x_1,y_1)$ και $P2(x_2,y_2)$ με μια ευθεία γραμμή. Έτσι, για κάθε x που ανήκει στο διάστημα (x_0,x_1) οι τιμές του y προκύπτουν από την εξίσωση:*

$$\frac{y\text{-}y0}{x\text{-}x0}=\frac{y1\text{-}y0}{x1\text{-}x0}$$

η οποία αν αποδοθεί ως προς y, δίνει: $$y=y_0+(y_1\text{-}y_0)\frac{x\text{-}x_0}{x_1\text{-}x_0}$$

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Καμπυλών Μπεζιέ

- ✓ *Για ένα δεδομένο σύνολο σημείων P_0, P_1,…,P_n μπορούμε να εκτελέσουμε μια σειρά από γραμμικές παρεμβολές μεταξύ των σημείων ανά ζεύγη, αφού προσδιοριστούν τα ενδιάμεσα σημεία που προκύπτουν από την παρεμβολή.*
- ✓ *Καθώς το t διατρέχει το διάστημα από 0 έως 1, τα σημεία της γραμμικής παρεμβολής του υψηλότερου βαθμού σχηματίζουν μια καμπύλη.*
- ✓ *Αυτή η καμπύλη ονομάζεται καμπύλη Μπεζιέ **n** βαθμού και στη δισδιάστατη μορφή της δίνεται από τη σχέση:*

$$B(t) = \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} (1-t)^{n-i} t^{i} P_i$$

όπου:

$t \epsilon [0, 1]$ και

$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!(n-1)!}$ είναι οι διωνυμικοί συντελεστές

Γραφικά Υπολογιστών

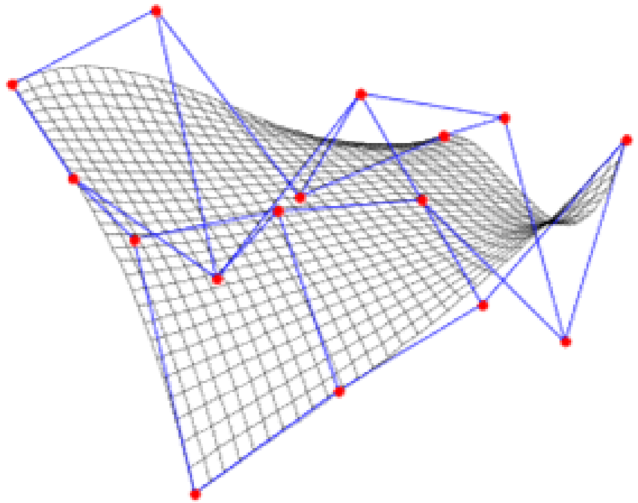
Παραμετρική Αναπαράσταση Καμπυλών Μπεζιέ

- ✓ *Τα σημεία P_0, P_1,…,P_n ονομάζονται Σημεία Ελέγχου και είναι αυτά που προσδιορίζουν την καμπυλότητα κατά μήκος της καμπύλης.*
- ✓ *Στην περίπτωση που τα σημεία ελέγχου βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία, τότε δεν υπάρχει καμία καμπυλότητα και προκύπτει ευθύγραμμο τμήμα με αρχή και τέλος το πρώτο και τελευταίο από τα σημεία ελέγχου.*
- ✓ *Πάντως, σε κάθε περίπτωση, η καμπύλη διέρχεται από τα ακραία σημεία, ενώ κατά κανόνα δε διέρχεται από τα ενδιάμεσα.*
- ✓ *Το **n** δίνει το βαθμό της καμπύλης Μπεζιέ.*
- ✓ *Για μεγάλες τιμές του **n** αυξάνεται σε μεγάλο βαθμό η πολυπλοκότητα και ταυτόχρονα το υπολογιστικό κόστος, πράγμα μη επιθυμητό για ένα γραφικό σύστημα.*
- ✓ *Για την περιγραφή πιο πολύπλοκων καμπυλών, η ενδεδειγμένη λύση είναι η συνένωση μικρότερων και πιο απλών καμπυλών και επιφανειών.*

Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Καμπυλών Μπεζιέ

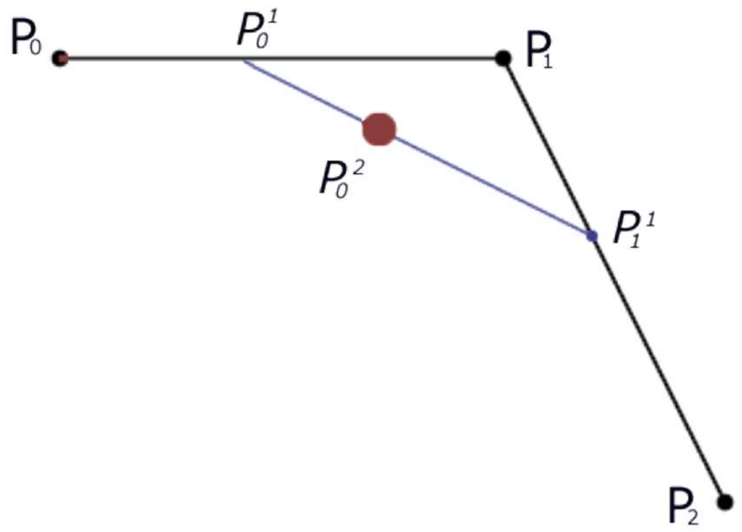
- ✓ *Όταν **n=2** προκύπτει μια δευτέρου βαθμού (τετραγωνική) καμπύλη Μπεζιέ, ενώ για υψηλότερες τιμές του **n** προκύπτουν υπερτετραγωνικές μορφές.*
- ✓ *Μια καμπύλη Μπεζιέ βαθμού **n**, που συμβολίζεται ως $P^n(t)$, μπορεί να παραχθεί από n+1 σημεία ελέγχου P_0, P_1,…,P_n που την προσδιορίζουν πλήρως.*
- ✓ *Ένας ενδεχόμενος μετασχηματισμός της καμπύλης Μπεζιέ, το μόνο που θα απαιτούσε θα ήταν ο μετασχηματισμός των σημείων ελέγχου της.*
- ✓ *Επίσης, η φορά ανάγνωσης των σημείων ελέγχου είναι αδιάφορη, δηλαδή αν χρησιμοποιηθούν τα σημεία ελέγχου με αντίστροφη σειρά, προκύπτει ακριβώς η ίδια καμπύλη.*

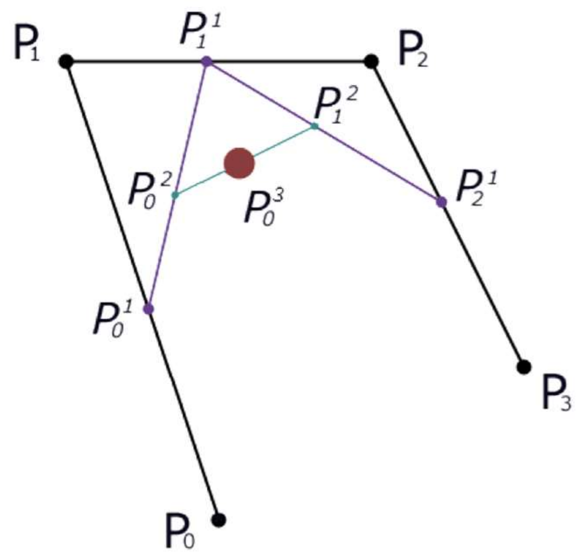


Γραφικά Υπολογιστών

Παραμετρική Αναπαράσταση Καμπυλών Μπεζιέ

- ✓ *Στην Εικόνα φαίνονται δύο παραδείγματα, ένα με δευτέρου βαθμού (τετραγωνική) καμπύλη Μπεζιέ στα αριστερά και μια τρίτου βαθμού (κυβική) στα δεξιά.*
- ✓ *Καθώς το t μετακινείται από το 0 στο 1, τα σημεία παρεμβολής μετακινούνται και αυτά πάνω στα τμήματά τους (π.χ. το P_0^1 κατά μήκος του τμήματος P_0P_1).*
- ✓ *Το σημείο γραμμικής παρεμβολής υψηλότερου βαθμού (π.χ. το P_0^2 στην κυβική καμπύλη Μπεζιέ) διαγράφει την καμπύλη που περιγράφεται από την εξίσωση με βάση τα σημεία ελέγχου.*

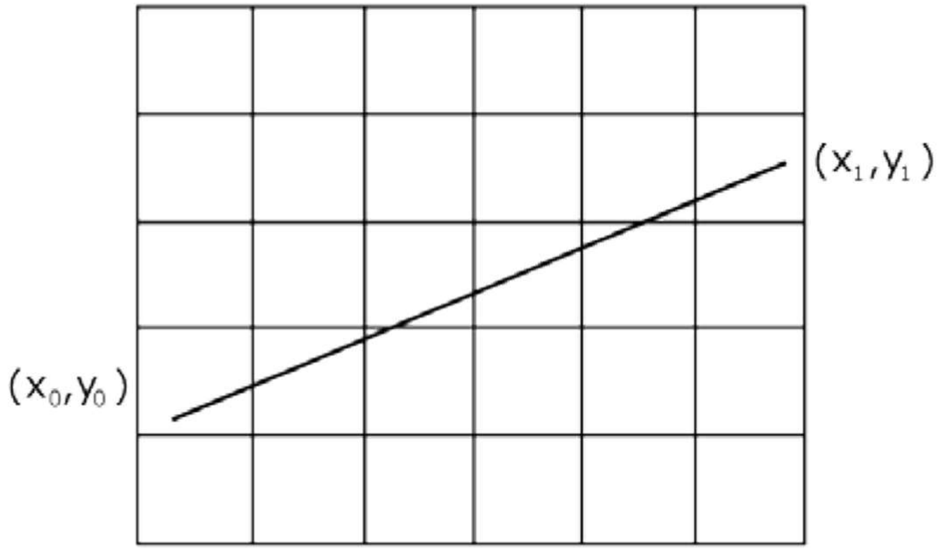




Γραφικά Υπολογιστών

Σχεδίαση Ευθύγραμμων Τμημάτων

- ✓ *Το πρόβλημα της σχεδίασης ενός ευθύγραμμου τμήματος μεταξύ δύο γνωστών σημείων στο καρτεσιανό επίπεδο είναι πρωτίστως η αναζήτηση εκείνων των εικονοστοιχείων που βρίσκονται ανάμεσα στα άκρα του ευθύγραμμου τμήματος, τα οποία προσεγγίζουν καλύτερα το επιθυμητό σχήμα και ταυτόχρονα διατηρούν σταθερό πλάτος γραμμής καθόλο το διάστημα σχεδίασης.*
- ✓ *Οι αλγόριθμοι σχεδίασης δε θα πρέπει να αφήνουν κενά ανάμεσα στα επιλεγμένα εικονοστοιχεία.*



Αναζήτηση των κατάλληλων εικονοστοιχείων ανάμεσα στα σημεία αρχής και τέλους

Γραφικά Υπολογιστών

Σχεδίαση Ευθύγραμμων Τμημάτων

- ✓ *Πιο πολύπλοκα σχήματα, όπως τα πολύγωνα, χρησιμοποιούν επαναληπτικά τους αλγορίθμους σχεδίασης ευθύγραμμων τμημάτων και γι' αυτό το λόγο θα πρέπει να είναι αρκετά γρήγοροι στην εκτέλεσή τους.*
- ✓ *Ένα ευθύγραμμο τμήμα σε μια σκηνή περιγράφεται από τις συντεταγμένες των άκρων του.*
- ✓ *Για να εμφανιστεί, όμως η ευθεία σε μια πλεγματική οθόνη πρέπει να υλοποιηθεί ένας αλγόριθμος σχεδίασης γραμμών.*
- ✓ *Κατά την εκτέλεση αυτού του αλγορίθμου θα αποφασίζεται σε κάθε βήμα ποιο εικονοστοιχείο θα σχεδιαστεί.*
- ✓ *Σε γενικές γραμμές είναι αδύνατον να επιλεγούν τα εικονοστοιχεία τα οποία βρίσκονται ακριβώς πάνω στη μαθηματική ευθεία, καθώς το πλέγμα απεικόνισης έχει πεπερασμένη ανάλυση, οπότε και πρέπει να βρεθεί μια προσεγγιστική λύση.*
- ✓ *Έστω ότι ζητείται η σχεδίαση της ευθείας μεταξύ των σημείων (x0, y0) και (x1, y1). Λαμβάνοντας υπόψη την εξίσωση ευθείας y=mx+b, στη συνέχεια παρουσιάζονται τέσσερις βασικοί αλγόριθμοι σχεδίασης σε αύξουσα σειρά ακρίβειας.*

Σχεδίαση με βάση την Εξίσωση Ευθείας

- ✓ *Μια πρώτη λύση στο πρόβλημα της σχεδίασης ευθύγραμμου τμήματος είναι η χρήση της εξίσωσης ευθείας, η οποία όταν λύνεται ως προς* ***y*** *δίνει:*

$$y = xa + b = x\frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} + \frac{y_0 x_1 - y_1 x_0}{x_1 - x_0}$$

- ✓ *Υπάρχουν δύο παράγοντες που μένουν σταθεροί, οι* ***a*** *και* ***b*** *και που μπορούν να υπολογιστούν εκ των προτέρων για να εισαχθούν στον αλγόριθμο σχεδίασης ως σταθερές.*
- ✓ *Επίσης, υπάρχει ο περιορισμός για σχεδίαση στο πρώτο ογδοημόριο, δηλαδή με κλίση μέχρι 45 μοίρες (0 ≤ a ≤ 1) και η πορεία της σχεδίασης είναι από το σημείο (x0, y0) προς το σημείο (x1, y1) με x0 <x1.*

```
int x, x0, x1, y0, y1
float m, y
a = (y1 - y0) / (x1 - x0)
y=y0
for (x = x0; x <= x1; ++x){
  setpixel(x, y)
  y = y0 + round(a * (x - x0))
}
```

Γραφικά Υπολογιστών

Σχεδίαση με βάση την Εξίσωση Ευθείας

- ✓ *Ο αλγόριθμος αυτός παρουσιάζει ορισμένα προβλήματα όπως τα ακόλουθα:*
  - ✓ ***Πρόβλημα:*** *Εάν x1<x0, τότε δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί η σχεδίαση.*
  - ✓ ***Λύση:*** *Έλεγχος, αν ισχύει x1<x0 και αν ισχύει, τότε εναλλαγή της σειράς των σημείων.*

  - ✓ ***Πρόβλημα:*** *Προβληματική απεικόνιση με κενά ανάμεσα στη σειρά των εικονοστοιχείων, όταν ισχύει α>1.*
  - ✓ ***Λύση:*** *Χρήση του y ως ανεξάρτητη μεταβλητή στην περίπτωση αυτή.*

  - ✓ ***Πρόβλημα:*** *Χρήση της υπολογιστικά χρονοβόρου διαδικασίας στρογγυλοποίησης round () σε κάθε επανάληψη.*
  - ✓ ***Λύση:*** *Διαχωρισμός του y σε ακέραιο και δεκαδικό μέρος και υπολογισμός του y αυξητικά.*

  - ✓ ***Πρόβλημα:*** *Χρήση του σχετικά υπολογιστικά χρονοβόρου πολλαπλασιασμού με τον παράγοντα m.*
  - ✓ ***Λύση:*** *Αποφυγή του πολλαπλασιασμού με βηματική αύξηση του x κατά 1.*

Γραφικά Υπολογιστών

Αυξητικός Υπολογισμός Ημιτόνων

- ✓ *Ο δεύτερος αλγόριθμος βασίζεται στον αυξητικό υπολογισμό ημιτόνων (Digitizer Differential Analyzer-DDA).*
- ✓ *Ο σκοπός είναι να αποφευχθεί η υπολογιστικά δαπανηρή πράξη του πολλαπλασιασμού μέσα στο βρόγχο σχεδίασης.*
- ✓ *Ουσιαστικά, είναι γνωστή η τιμή του **x** σε κάθε βήμα, λαμβάνει τιμές από **x0** έως **x1** και το μόνο πρόβλημα είναι πλέον η αναζήτηση της καλύτερης αριθμητικής τιμής για το **y**.*
- ✓ *Με την επιλογή του συγκεκριμένου αλγόριθμου αποφεύγεται η υπολογιστικά χρονοβόρα διαδικασία του πολλαπλασιασμού με τον παράγοντα α σε κάθε επανάληψη.*

```
int x, y, x0, x1, y0, y1
float a
a = (y1 - y0) / (x1 - x0)
y=y1
for (x = x0; x <= x1; ++x)
{
  setpixel(x, round(y))
  y=y+a
}
```

Γραφικά Υπολογιστών

Αυξητικός Υπολογισμός Ημιτόνων

- ✓ *Ο αλγόριθμος αυτός παρουσιάζει ορισμένα προβλήματα όπως τα ακόλουθα:*
  - ✓ ***Πρόβλημα:*** *Εάν αλλάξει η φορά ανάγνωσης των σημείων εκκίνησης και τερματισμού, δηλαδή αν x1<x0, τότε δεν μπορεί να πραγματοποιηθεί η σχεδίαση.*
  - ✓ ***Λύση:*** *Εναλλαγή της σειράς των σημείων εάν x1<x0.*
  - ✓ ***Πρόβλημα:*** *Για ορισμένα όρια στην κλίση της ευθείας η απεικόνιση είναι προβληματική, καθώς η γραμμή παρουσιάζει με κενά όταν m>1.*
  - ✓ ***Λύση:*** *Χρήση του y ως ανεξάρτητη μεταβλητή στην περίπτωση αυτή.*
  - ✓ ***Πρόβλημα:*** *Χρήση της υπολογιστικά χρονοβόρου διαδικασίας στρογγυλοποίησης round () σε κάθε επανάληψη του βρόγχου.*
  - ✓ ***Λύση:*** *Διαχωρισμός του y σε ακέραιο και δεκαδικό μέρος και υπολογισμός του παράγοντα y με αυξητικό τρόπο.*

Γραφικά Υπολογιστών

Αλγόριθμος Υπολογισμού Σφάλματος

- ✓ *Προκειμένου να απαλλαχθεί ο αλγόριθμος από την υπολογιστικά ακριβή διαδικασία της στρογγυλοποίησης (εντολή round) μέσα στο βρόγχο, διαχωρίζεται το δεκαδικό μέρος του **y** και εισάγεται μέσα στη μεταβλητή που συγκρατεί το λάθος (error).*
- ✓ *Η νέα μεταβλητή error αντιστοιχεί στην κάθετη απόσταση ανάμεσα στο κέντρο του εικονοστοιχείου και την ακριβή θέση του σημείου.*
- ✓ *Συμπερασματικά, σε κάθε επανάληψη του βρόγχου σημαντικός παράγοντας σχετικά με την επιλογή του **y** είναι αν η μεταβλητή error είναι μεγαλύτερη ή όχι από το ήμισυ του μεγέθους ενός εικονοστοιχείου.*
- ✓ *Στην οριακή συνθήκη της ισότητας, δηλαδή όταν το συσσωρευμένο λάθος είναι ίσο με τη μισή απόσταση προς το κέντρο του εικονοστοιχείου (τιμή 0.5 της γραμμής 10 του κώδικα), τότε ο αλγόριθμος κλίνει προς την επιλογή του υψηλότερου κατά **y** εικονοστοιχείου (**y=y+1**).*

Αλγόριθμος Υπολογισμού Σφάλματος

```
int x, x0, x1, y0, y1
float m, error, y
error = 0
m = (y1 - y0) / (x1 - x0)
x = x0
y = y0
while ( x <= x1 ){
    setpixel(x, y)
    x = x + 1
  //Υπολογισμός νέου σφάλματος
    error = error + m
    if (error >= 0.5){
      y = y + 1
    // Διόρθωση της μεταβλητής σφάλματος
      error = error - 1
    }
}
```

Γραφικά Υπολογιστών

Αλγόριθμος Υπολογισμού Σφάλματος

- *Ο αλγόριθμος αυτός διατηρεί το **y** σταθερό έως ότου το σφάλμα προσέγγισης που συσσωρεύεται σε κάθε επανάληψη ξεπεράσει το ½, οπότε και ανανεώνεται η τιμή του **y**.*
- *Τα προβλήματα που παρουσιάζει ο αλγόριθμος είναι:*
  - ***Πρόβλημα:** Χρήση αριθμητικής δεκαδικών αριθμών που είναι υπολογιστικά χρονοβόρος διαδικασία.*
  - ***Λύση:** Με την κατάλληλη κλιμάκωση οι μεταβλητές του αλγορίθμου, μπορούν να αντικατασταθούν με ακέραιες (πολλαπλασιασμός των m και e με dx = x1 - x0. Έτσι, προκύπτει ο αλγόριθμος του Bresenham.*

Αλγόριθμος του Bresenham

- ✓ *Πρόκειται για έναν αποδοτικό αλγόριθμο που χρησιμοποιείται ευρύτατα στα σύγχρονα συστήματα γραφικών για τη σχεδίαση ευθύγραμμων τμημάτων. Μπορεί να υλοποιείται σε περισσότερες γραμμές κώδικα, αλλά παρουσιάζει το πλεονέκτημα ο εσωτερικός του βρόγχος να είναι απαλλαγμένος από δαπανηρούς υπολογισμούς.*
- ✓ *Το μόνο που έχει να εκτελέσει ο αλγόριθμος σε κάθε βήμα είναι υπολογιστικά οικονομικές πράξεις, όπως απλές πράξεις πρόσθεσης και κάποιες συγκρίσεις μεταβλητών.*
- ✓ *Πρακτικά, τα οφέλη του προκύπτουν από την αντικατάσταση των πραγματικών μεταβλητών που υπήρχαν σε προηγούμενες λύσεις από ακέραιες.*
- ✓ *Κατά αυτόν τον τρόπο καλύπτονται ικανοποιητικά οι απαιτήσεις ενός αποδοτικού αλγορίθμου σχεδίασης.*
- ✓ *Αφετέρου παρουσιάζει το μειονέκτημα ότι περιορίζει τις συντεταγμένες των δύο άκρων σε ακέραιες τιμές (integer) και έτσι αντί για το πραγματικό ευθύγραμμο τμήμα σχεδιάζει αυτό που προκύπτει μετά από στρογγυλοποίηση των άκρων του, με μέγιστο λάθος ένα εικονοστοιχείο.*
- ✓ *Όπως και οι υπόλοιποι αλγόριθμοι, ο αλγόριθμος του Bresenham είναι κατάλληλος*

Αλγόριθμος του Bresenham

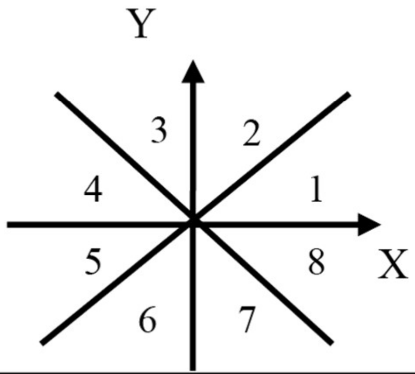
- *Όπως και οι υπόλοιποι αλγόριθμοι, ο αλγόριθμος του Bresenham είναι κατάλληλος για απεικόνιση στο πρώτο ογδοημόριο, δηλαδή για περιπτώσεις ευθύγραμμων τμημάτων με κλίση μεταξύ 0 και 1 και x1<x2.*
- *Για τις υπόλοιπες περιπτώσεις πρέπει να γίνει κατάλληλη χρήση του* ***x*** *ή του* ***y*** *ως ανεξάρτητη μεταβλητή και εναλλαγή του σημείου εκκίνησης της σχεδίασης (εναλλαγή του αρχικού και τελικού σημείου).*

```
int x, y x0, x1, y0, y1, dx, dy
float e, color c
dx = x1 - x0
dy = y1 - y0
e = -dx / 2
x = x0
y = y0
while ( x <= x1){
    setpixel(x, y, c)
    x = x + 1
    e = e + dy
    if (e >= 0) {
        y = y + 1
        e = e - dx
    }
}
```

Γραφικά Υπολογιστών

Αλγόριθμος του Bresenham

✓ *Παρακάτω παρουσιάζονται τα οκταμόρια αριθμημένα και σχολιασμένα ως προς τον άξονα ταχύτερης κίνησης και εναλλαγής της ανεξάρτητης μεταβλητής. Σε κάθε περίπτωση αυτό που απαιτείται είναι η μεταφορά του ευθύγραμμου τμήματος από την τρέχουσα θέση του στο πρώτο οκταμόριο και με σημείο εκκίνησης την αρχή των αξόνων. Μετά το σχεδιασμό γίνεται η αντίστροφη μεταφορά του στην αρχική θέση.*

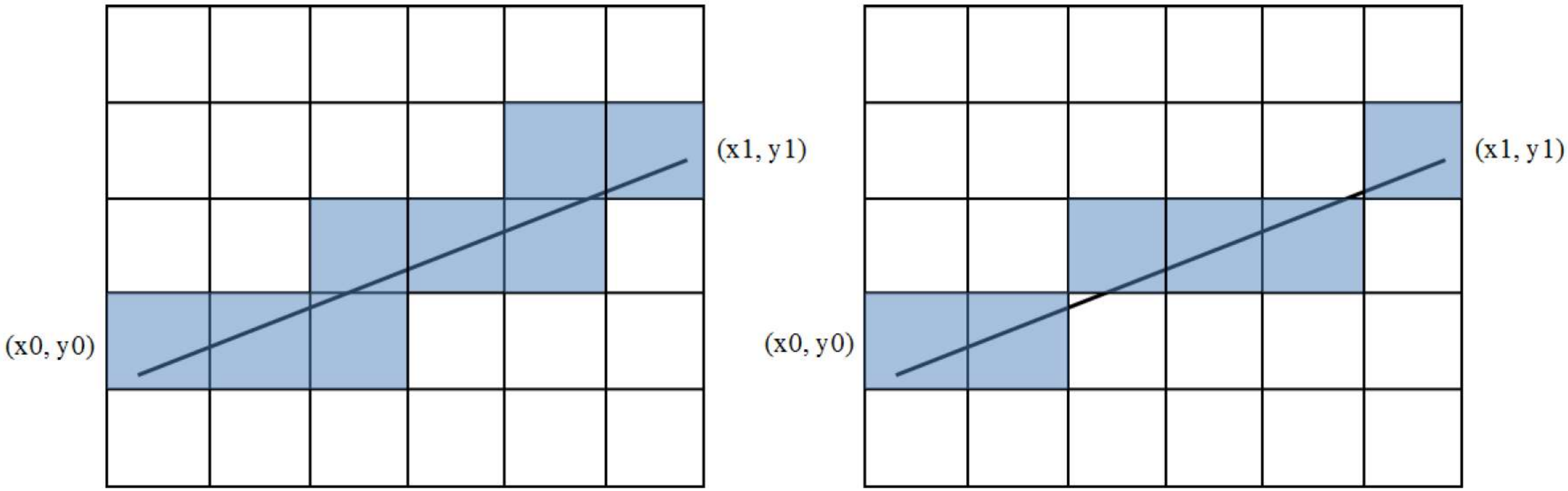
Περιοχές οκταμορίων στο καρτεσιανό επίπεδο	Οκταμόριο	Άξονας ταχύτερης κίνησης	Άξονας αργής κίνησης
	1	X	Αυξάνεται
	2	Y	Αυξάνεται
	3	Y	Μειώνεται
	4	X	Αυξάνεται
	5	X	Μειώνεται
	6	Y	Μειώνεται
	7	Y	Αυξάνεται
	8	X	Μειώνεται

Εναλλαγές ανεξάρτητης μεταβλητής και άξονες ταχύτερης κίνησης

Γραφικά Υπολογιστών

Πυκνότητα Εικονοστοιχείων και Στυλ Γραμμών

- ✓ *Στη σχεδίαση έχει σημασία να διατηρείται και το πάχος της γραμμής σταθερό κατά μήκος του ευθύγραμμου τμήματος που σχεδιάζεται. Έστω το παράδειγμα του ευθύγραμμου τμήματος που φαίνεται στην Εικόνα.*

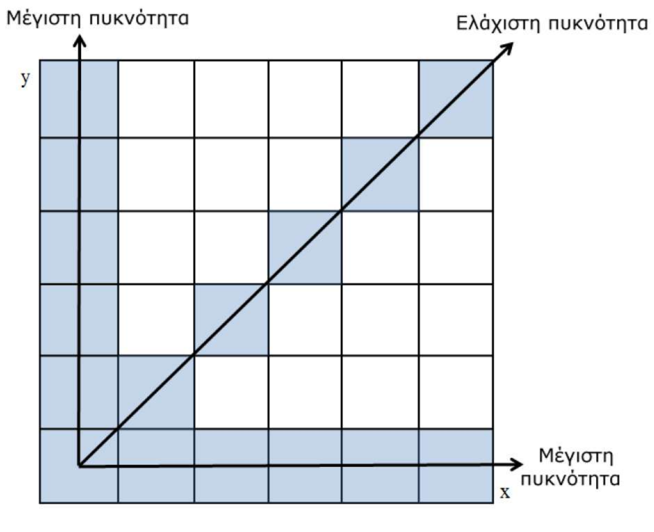


- ✓ *Στην αριστερή πλευρά αναπαρίσταται μια πλεγματική οθόνη και ένα ευθύγραμμο τμήμα που προέκυψε από επιλογή **όλων των εικονοστοιχείων** πάνω από τα οποία διέρχεται η γραμμή. Στη δεξιά εικόνα φαίνεται η περίπτωση που έχουν επιλεγεί **μόνο τα πλησιέστερα** στη γραμμή εικονοστοιχεία και μάλιστα μόνο ένα ανά στήλη.*

Γραφικά Υπολογιστών

Πυκνότητα Εικονοστοιχείων και Στυλ Γραμμών

- ✓ *Η επιλογή ενός μόνο εικονοστοιχείου ανά στήλη (δεύτερη περίπτωση) θεωρείται προτιμότερη από τους περισσότερους καθώς διατηρεί πάχος γραμμής 1 εικονοστοιχείο. Από την άλλη πλευρά, η πυκνότητα των εικονοστοιχείων (αριθμός επιλεγμένων εικονοστοιχείων ανά μονάδα επιφανείας) εξαρτάται όχι μόνο από τον αλγόριθμο σχεδίασης αλλά και από την κλίση της ευθείας. Οι οριζόντιες και κάθετες γραμμές εμφανίζουν την υψηλότερη πυκνότητα εικονοστοιχείων, ενώ τη μικρότερη πυκνότητα έχει η γραμμή που διέρχεται από τα όρια του πρώτου από το δεύτερο ογδοημόριο (κλίση ίση με τη μονάδα) όπως φαίνεται στην Εικόνα.*



Γραφικά Υπολογιστών

Πυκνότητα Εικονοστοιχείων και Στυλ Γραμμών

- *Στο παράδειγμα αυτό υπάρχουν έξι (6) εικονοστοιχεία στις οριζόντιες και κάθετες διαδρομές (κλίσεις μέγιστης πυκνότητας). Αυτά τα έξι εικονοστοιχεία επιλέγονται για τη σχεδίαση ενός τμήματος, μήκους έξι φορές το μέγεθος του εικονοστοιχείου.*
- *Στην ευθεία που έχει κλίση ίση με τη μονάδα (διαγώνια γραμμή), υπάρχουν πάλι έξι εικονοστοιχεία επιλεγμένα, αλλά για μεγαλύτερο μήκος ευθύγραμμου τμήματος. Αυτή η πυκνότητα αντιστοιχεί περίπου στο 70% της μέγιστης. Ο Πίνακας αναφέρει πυκνότητες για διάφορες κλίσεις της ευθείας.*

a	Κλίση με μοίρες	`	Πυκνότητα
0 ή 1	∞	n	1
n/4	1/4	$n\sqrt{1+\frac{1}{16}}$	
n	1	$n\sqrt{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$
m	m/n	$n\sqrt{1+\left(\frac{m}{n}\right)^2}$	

Γραφικά Υπολογιστών

Πυκνότητα Εικονοστοιχείων και Στυλ Γραμμών

- ✓ *Ένα άλλο θέμα που επηρεάζει άμεσα την πυκνότητα των εικονοστοιχείων είναι το είδος (στυλ) της γραμμής που σχεδιάζεται.*
- ✓ *Μια διακεκομμένη (dashed) γραμμή για παράδειγμα είναι εντελώς διαφορετική από τη συνεχόμενη γραμμή που θεωρούσαμε μέχρι τώρα.*
- ✓ *Ο Πίνακας παρουσιάζει ένα παράδειγμα όπου η δεύτερη γραμμή (Επιλογή) αναφέρει το αποτέλεσμα του αλγορίθμου σχεδίασης, δηλαδή τη σειρά των εικονοστοιχείων που πρέπει να επιλεγούν (από το 1ο έως το 13ο).*

Μήκος	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Επιλογή	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0
Μάσκα	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1	1
AND	1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
Οθόνη															

Γραφικά Υπολογιστών

Πυκνότητα Εικονοστοιχείων και Στυλ Γραμμών

- ✓ *Εφαρμόζεται η μέθοδος της μάσκας που αποτυπώνει το επιθυμητό στυλ σχεδίασης σε μορφή μονοδιάστατου πίνακα εικονοστοιχείων, όπου το 1 σημαίνει αποδοχή του αποτελέσματος του αλγορίθμου σχεδίασης, ενώ το 0 σημαίνει απόρριψη.*
- ✓ *Η τελευταία γραμμή είναι το αποτέλεσμα της λογικής πράξης AND μεταξύ των δύο παραπάνω γραμμών και είναι αυτή που δείχνει τελικά ποια εικονοστοιχεία θα ‘ανάψουν’ στη γραμμή της οθόνης και ποια όχι.*
- ✓ *Παρατηρείται ότι τα δύο τελευταία εικονοστοιχεία του πίνακα δεν έχουν επιλεγεί (διότι η σχεδίαση ολοκληρώνεται στο 13ο) με αποτέλεσμα η εφαρμογή της μάσκας να δημιουργεί μια αλλοίωση της διακεκομμένης γραμμής κοντά στην περιοχή του σημείου τερματισμού.*
- ✓ *Ένα άλλο πρόβλημα που δημιουργείται στη σχεδίαση των διακεκομμένων γραμμών είναι με τις μη οριζόντιες ή κάθετες γραμμές.*
- ✓ *Στις περιπτώσεις αυτές η εφαρμογή της μάσκας πάνω στα αποτελέσματα του αλγορίθμου σχεδίασης δημιουργεί τμήματα γραμμών τα οποία είναι μεγαλύτερα σε μήκος από τα αντίστοιχα τμήματα που είναι παράλληλα με τους άξονες.*

Γραφικά Υπολογιστών

Πυκνότητα Εικονοστοιχείων και Στυλ Γραμμών

- ✓ *Στο τρέχον παράδειγμα, αν η γραμμή έπρεπε να σχεδιαστεί με κλίση ίση με τη μονάδα, δηλαδή με κλίση 45 μοιρών, τότε το μήκος του καθενός τμήματος δε θα ήταν ίσο με 3 όπως θα ήταν αναμενόμενο στην περίπτωση της οριζόντιας γραμμής, αλλά μεγαλύτερο.*
- ✓ *Στην πράξη οι αλγόριθμοι σχεδίασης εφαρμόζουν διορθωτικά μέτρα στη σχεδίαση γραμμών που δεν είναι παράλληλες με τους άξονες και κοντά στα όρια των ευθύγραμμων τμημάτων, προκειμένου να διατηρείται σταθερό το πάχος της γραμμής σχεδίασης.*

Γραφικά Υπολογιστών

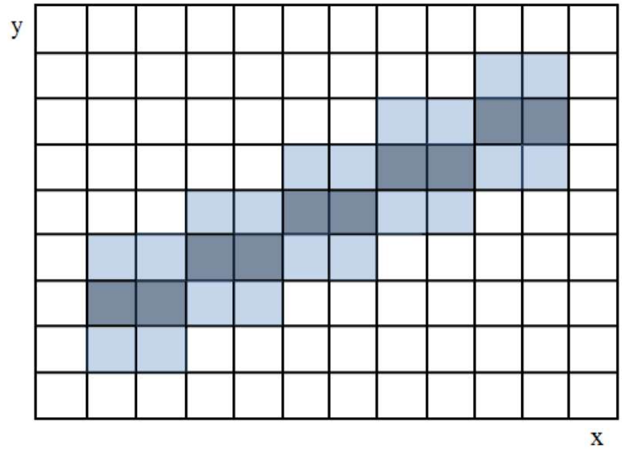
Σχεδιασμός Χονδρών Γραμμών

- ✓ *Η σχεδίαση σχημάτων δε γίνεται μόνο με γραμμές πάχους ενός εικονοστοιχείου (Το πάχος μετράται στον 'αργό' άξονα).*
- ✓ *Για μεγαλύτερα πάχη υπάρχουν γενικά δύο προσεγγίσεις:*
    - ✓ *α) με χρήση μετατόπισης και αντιγραφής εικονοστοιχείων και*
    - ✓ *β) με χρήση πλαισίου **nxn** εικονοστοιχείων.*
- ✓ *Άλλες τεχνικές αντιμετωπίζουν το πάχος της γραμμής ως ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο και σχεδιάζουν πολύγωνα το ένα δίπλα στο άλλο.*
- ✓ *Παρόμοια με τη σχεδίαση λεπτής γραμμής πάχους ενός εικονοστοιχείου, η σχεδίαση με μεγαλύτερα πάχη δεν είναι απαλλαγμένη από προβλήματα.*
- ✓ *Υπάρχουν τεχνικές που μειώνουν τη διακύμανση πάχους, αποφεύγουν το χρωματισμό εικονοστοιχείων που έχουν ήδη χρωματιστεί από προηγούμενα βήματα και ομαλοποιούν τις συνδέσεις μεταξύ ευθύγραμμων τμημάτων.*

Γραφικά Υπολογιστών

Η Μέθοδος της Αντιγραφής Εικονοστοιχείων

- ✓ *Στην πρώτη περίπτωση, η μέθοδος που ακολουθείται είναι η αντιγραφή εικονοστοιχείων εκτός της λεπτής γραμμής που ορίζεται ως έξοδος του εκάστοτε χρησιμοποιούμενου αλγορίθμου σχεδίασης. Η γραμμή αποκτάει πάχος με αντιγραφή των επιλεγμένων εικονοστοιχείων προς τα πάνω και προς τα κάτω (Εικόνα αριστερά). Το τελικό αποτέλεσμα είναι μια γραμμή που έχει τόσο πάχος, όσες και οι θέσεις που έχουν ρυθμιστεί για τη μετατόπιση. Αξιοσημείωτο είναι ότι η μετατόπιση δίνει καλύτερο αποτέλεσμα όταν είναι συμμετρική, στην περίπτωση δηλαδή που χρωματίζονται στο ίδιο βάθος τα εικονοστοιχεία πάνω και κάτω από την αρχική γραμμή.*

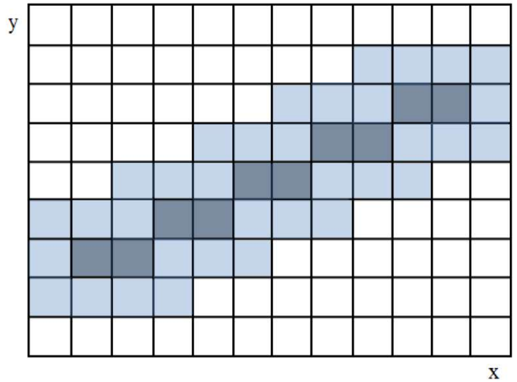


(α) μέθοδος της αντιγραφής εικονοστοιχείων

Γραφικά Υπολογιστών

Η Μέθοδος της Κινούμενης Πένας

- ✓ *Στη περίπτωση αυτή εφαρμόζεται μια μάσκα **nxn** πάνω σε κάθε επιλεγμένο από τον αλγόριθμο σχεδίασης εικονοστοιχείο. Το **n** είναι κάθε φορά το επιθυμητό πάχος της γραμμής και αντιστοιχεί στο πάχος της 'πένας'. Έτσι το ευθύγραμμο τμήμα αποκτάει γύρω του μια 'αύρα' που το εμφανίζει στην πλεγματική οθόνη με μεγαλύτερο πάχος.*



(β) μέθοδος της κινούμενης πένας (δεξιά)

- ✓ *Η μέθοδος αυτή στηρίζεται στην αρχή της συνδεσιμότητας, σύμφωνα με την οποία για κάθε εικονοστοιχείο είναι γνωστά τα γειτονικά του μέχρι ένα δεδομένο βάθος.*
- ✓ *Έτσι είναι δυνατή η αντικατάσταση του χρωματισμού ενός εικονοστοιχείου με μια νέα τιμή, η οποία μπορεί να δίνεται εκ των προτέρων ή να προκύπτει από πράξεις μεταξύ των χρωματισμών άλλων εικονοστοιχείων που ανήκουν στην ίδια 'γειτονιά'.*

Γραφικά Υπολογιστών

Η Μέθοδος της Κινούμενης Πένας

- ✓ *Η εφαρμογή της μάσκας, που είναι ένας δισδιάστατος μοναδιαίος πίνακας μεγέθους **n**, γίνεται επαναληπτικά σε κάθε εικονοστοιχείο για να χρωματίσει τα γειτονικά του σε μια περιοχή 8 εικονοστοιχείων.*
- ✓ *Το μέγεθος της περιοχής ή ‘γειτονιάς’ του κάθε εικονοστοιχείου εξαρτάται από το μέγεθος της μάσκας.*
- ✓ *Στη μέθοδο της κινούμενης πένας, συνήθως, η μάσκα είναι τετραγωνικής μορφής με μονό αριθμό διάστασης (π.χ. 3x3, 5x5, 7x7 κτλ.).*
- ✓ *Για λόγους μείωσης του υπολογιστικού κόστους σε κάθε βήμα του αλγορίθμου χρωματίζονται μόνο τα εικονοστοιχεία που δεν αλληλοεπικαλύπτονται από το προηγούμενο βήμα.*

Γραφικά Υπολογιστών

Βιβλιογραφία

- ✓ *Σ. Καλαφατούδη, "Γραφικά με Υπολογιστή," Εκδόσεις Νέων Τεχνολογιών, 1991.*
- ✓ *Α. Στυλιάδη, "Γραφικά με Η/Υ," Εκδόσεις Ζήτη, 1999.*
- ✓ *Θ. Θεοχάρης, Α. Μπέμ, "Γραφικά: Αρχές και Αλγόριθμοι," Εκδόσεις Συμμετρία, 1999.*
- ✓ *Γ. Παρασχάκη, Μ. Παπαδοπούλου, Π. Πατιάς, "Σχεδίαση με Η/Υ," Εκδόσεις Ζήτη, 1999.*
- ✓ *J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner, J. F. Hughes, R. L. Phillips, "Introduction to Computer Graphics, "Addison Wesley, 1994.*
- ✓ *Κ. Μουστάκας Ι. Παλιόκας Α. Τσακίρης Δ. Τζοβάρας, (2015), "Γραφικά και Εικονική Πραγματικότητα", ISBN: 978-960-603-255-4, www.kallipos.gr*
- ✓ Λαζαρίνης, Φ, (2015), "Πολυμέσα", ISBN: 978-960-603-141-0, *www.kallipos.gr*
- ✓ *Γεώργιος Λέπουρας, Αγγελική Αντωνίου, Νίκος Πλαιής, Δημήτρης Χαρίχος, (2015), "Ανάπτυξη συστημάτων εικονικής πραγματικότητας", ISBN: 978-960-603-382-7, www.kallipos.gr*